

# เอกสารประกอบการเรียนรู้

เพื่อทบทวนบทเรียนภาคฤดูร้อน

วิชาคณิตศาสตร์ ค33102

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 6

เอกสารประกอบการเรียนรู้  
เพื่อทบทวนบทเรียนการเรียนรู้ภาคฤดูร้อน

เรื่องที่ 1 ลิมิตของลำดับ

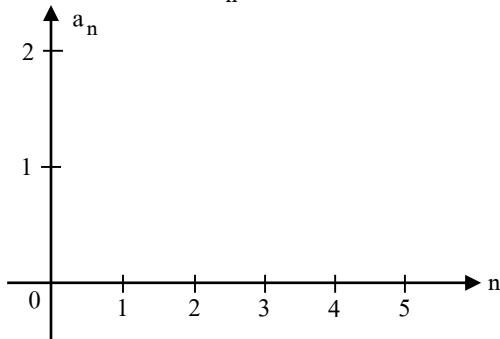
ให้นักเรียนอ่านหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม วิชาคณิตศาสตร์ เล่ม 2 สสวท

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 บทที่ 1 เรื่องลำดับและอนุกรม

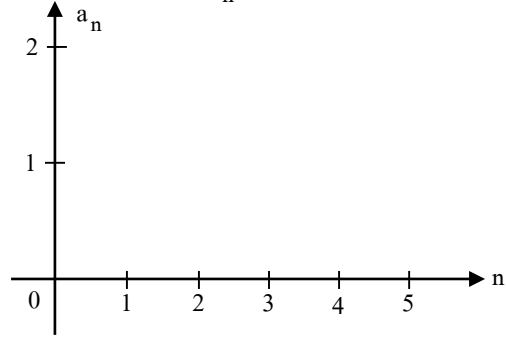
ทำแบบฝึกหัด ดังต่อไปนี้

เขียนกราฟของลำดับต่อไปนี้

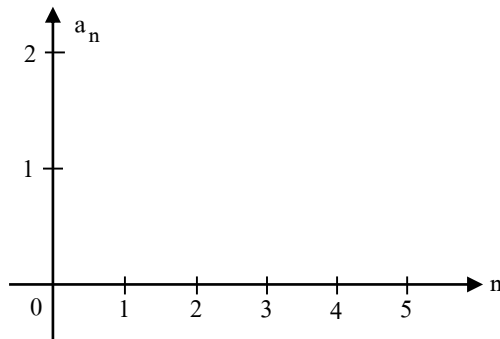
1.  $a_n = 2 + \frac{1}{n}$



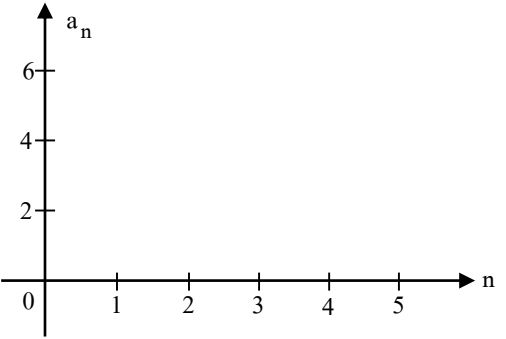
2.  $a_n = 2 - \frac{1}{n}$



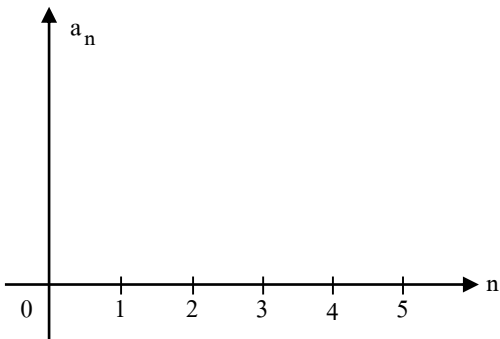
3.  $a_n = \frac{n-1}{n}$



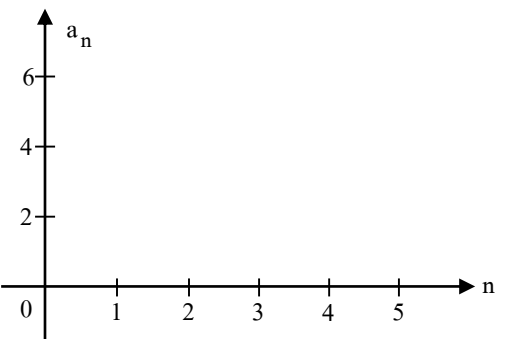
4.  $a_n = \frac{2+n}{n}$



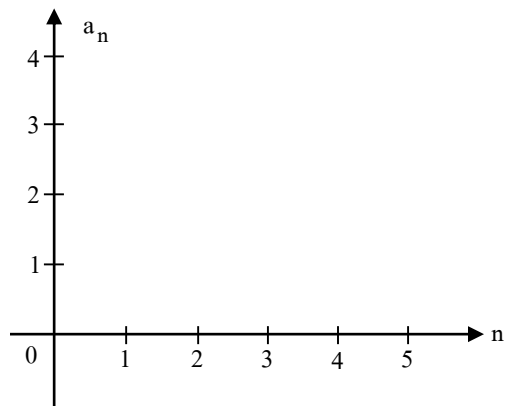
5.  $a_n = \frac{6n-2}{3n}$



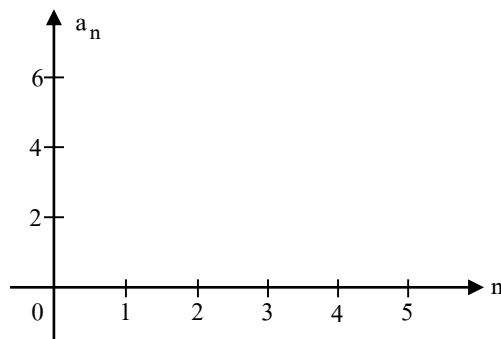
6.  $a_n = \frac{15n}{5n-2}$



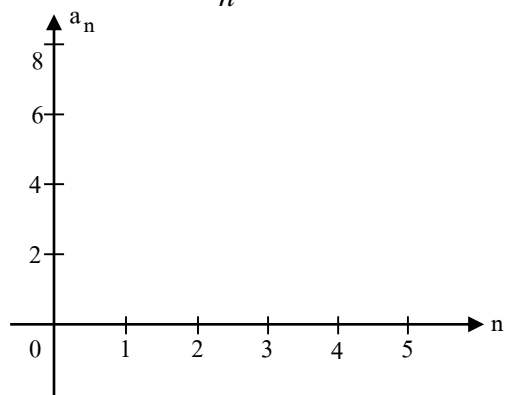
7.  $a_n = \frac{10}{n^3}$



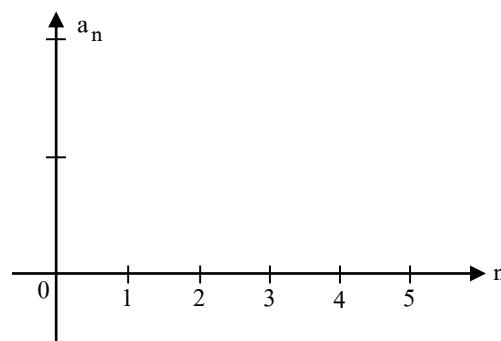
8.  $a_n = \frac{n^4 - 1}{2}$



9.  $a_n = \frac{3 + 5n}{n^2}$



10.  $a_n = \frac{n^3}{3 - 2n}$



\*\*\*หมายเหตุ เอกสารและแบบฝึกหัดต่าง ๆ จัดทำขึ้นเพื่อพัฒนาความรู้ของผู้เรียน ไม่ได้ใช้เพื่อการซื้อขาย

# เอกสารประกอบการเรียนรู้

เพื่อทบทวนบทเรียนภาคฤดูร้อน

วิชาคณิตศาสตร์ ค33102

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 6

เอกสารประกอบการเรียนรู้  
เพื่อทบทวนบทเรียนการเรียนรู้ภาคฤดูร้อน

เรื่องที่ 2 ทฤษฎีบทลิมิตของลำดับ

ให้นักเรียนอ่านหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม วิชาคณิตศาสตร์ เล่ม 2 สสวท

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 บทที่ 1 เรื่องลำดับและอนุกรม

ทำแบบฝึกหัด ดังต่อไปนี้

**หาลิมิตของลำดับต่อไปนี้โดยใช้ทฤษฎีบทลิมิตของลำดับ**

1.  $a_n = \frac{5n}{10n+9}$
2.  $a_n = \frac{2n-7}{1+3n-2n^2}$
3.  $a_n = \frac{n^2+4}{n-4}$
4.  $a_n = \frac{6n-11}{3n+11} + \frac{2n}{n+1}$
5.  $a_n = \frac{3n^2}{(n-4)^2} + \frac{(5n-2)^3}{25n^3-8}$
6.  $a_n = \frac{1+3^n}{4^n}$
7.  $a_n = \frac{7^{n-1}}{7^n + 7^{n-1} - 1}$
8.  $a_n = \frac{2-4n-7n^2}{7n^2+5n-4} \cdot \sqrt{\frac{9n+1}{4n-1}}$
9.  $a_n = \log_5 \frac{5n^3+n+1}{n^3-2n^2+1}$
10.  $a_n = \left(\frac{n-6}{2n-6}\right)^2$

\*\*\*\*หมายเหตุ เอกสารและแบบฝึกหัดต่าง ๆ จัดทำขึ้นเพื่อพัฒนาความรู้ของผู้เรียน ไม่ได้ใช้เพื่อการซื้อขาย

## ทฤษฎีบทลิมิต

ถ้า  $c$  เป็นจำนวนจริง,  $k$  เป็นจำนวนจริงบวก และ  $a_n$ ,  $b_n$  เป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์ จะได้ว่า

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} c = c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงที่

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (c b_n) = c \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$

4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n - \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$

5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$

6.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} a_n}{\lim_{n \rightarrow \infty} b_n}$

7.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} n^k = \infty$  เป็นลำดับไดเวอร์เจนต์

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{c}{n^k} = 0$  เป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์

8.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{c}{f(n)} = 0$  เมื่อ  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n) = \infty$  หรือ  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n) = -\infty$

9.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{c}{f(n)}$  = หาค่าไม่ได้ เมื่อ  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n) = 0$

10.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n^k = (\lim_{n \rightarrow \infty} a_n)^k$

กำหนดให้  $c$  เป็นจำนวนจริง  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก จะได้ว่า

1. ถ้า  $-1 < c < 1$  แล้ว  $\lim_{n \rightarrow \infty} c^n = 0$

2. ถ้า  $c = 1$  แล้ว  $\lim_{n \rightarrow \infty} c^n = 1$

3. ถ้า  $c = -1$  แล้ว  $\lim_{n \rightarrow \infty} c^n$  หาค่าไม่ได้

4. ถ้า  $c > 1$  แล้ว  $\lim_{n \rightarrow \infty} c^n$  หาค่าไม่ได้

5. ถ้า  $c < -1$  แล้ว  $\lim_{n \rightarrow \infty} c^n$  หาค่าไม่ได้

## แบบฝึกหัด

### (Convergent & Divergent)

ตรวจสอบลำดับต่อไปนี้ว่าเป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์หรือไดเวอร์เจนต์ ถ้าเป็นคอนเวอร์เจนต์ให้หาลิมิตของลำดับด้วย

$$1. a_n = \frac{3n}{6n+7}$$

$$2. a_n = \frac{4n-1}{2+3n^2}$$

$$3. a_n = \frac{6n^2+1}{3n-2}$$

$$4. a_n = \frac{3n+3}{n+3} + \frac{10n}{2n+1}$$

$$5. a_n = \frac{3n^2+n}{4n^2-1} \cdot \frac{8n^2+2n-1}{4n^2-3}$$

$$6. a_n = \frac{3n}{5n+4} - \frac{8n-2}{4n+5}$$

$$7. a_n = \frac{n-2}{3-2n} \div \frac{3n^2-2}{6n^2-8}$$

$$8. a_n = \frac{4n^2+3}{7n^3-1} \div \frac{8n^2+5n+3}{6n^2-2}$$

$$9. a_n = \left(\frac{n-2}{2n+5}\right)^2$$

$$10. a_n = \frac{3n^2}{(3n+1)^2} + \frac{(6n-5)^3}{3n^3+1}$$

$$11. a_n = \sqrt[3]{\frac{81n+1}{1-3n}}$$



$$12. a_n = \sqrt[4]{\frac{64n-5}{n+1}}$$

$$13. a_n = \frac{52n^2 - 3n + 5}{\sqrt{4n^4 + 1}}$$

$$14. a_n = \frac{\sqrt{25n^2 + 2n - 1}}{7 - 5n}$$

$$15. a_n = \frac{20n^4 + 31n^3 - 1}{(3n + 7)^2 (3n - 2)^2}$$

$$16. a_n = \frac{\sqrt{n} + \sqrt[3]{n}}{2n + 1}$$

$$17. a_n = \frac{(4n^2 - 2)(3n - 1)!}{(3n)!(2n + 1)}$$

$$18. a_n = \frac{\sqrt[3]{n^5 + 1}}{6n + 5}$$

$$19. a_n = \frac{\sqrt[5]{n^3 + 6}}{6n - 1}$$

$$20. a_n = \frac{\sqrt[3]{27n^3 - 2n + 1}}{\sqrt{9n^2 + 2n - 1}}$$

$$21. a_n = \sin \frac{2n^2 - n + 3}{n^3 - 8n + 5}$$

$$22. a_n = \cos \frac{\sqrt{9n^2 + 1}}{2n + 3} \pi$$