

เอกสารประกอบการเรียนรู้

เพื่อทบทวนบทเรียนภาคฤดูร้อน

วิชาคณิตศาสตร์

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เซต(Set)

เซต (Set) หมายถึง กลุ่มของสิ่งต่าง ๆ ในการกล่าวถึงเซตจะใช้กับการกล่าวถึงกลุ่มที่สามารถบอกได้ว่าสิ่งใดเป็นหรือไม่เป็นสมาชิก (element) ของเซตที่กำหนดให้ เช่น

- เซตของจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 6
- เซตของชื่อวันทั้งเจ็ด
- เซตของพยัญชนะไทย

สัญลักษณ์ที่ใช้แทนเซตและวิธีการเขียนเซต โดยทั่วไปจะใช้วงเล็บปีกกา { }

เป็นสัญลักษณ์แทนเซต เช่น $A = \{a, b, c, d\}$ หมายถึง A เป็นเซตที่มีสมาชิก 4 ตัว คือ a, b, c, d และสัญลักษณ์ \in แทนคำว่า เป็นสมาชิก ของเซต และ \notin แทนคำว่า ไม่เป็นสมาชิกของเซต ดังนั้น จะเห็นได้ว่า $a \in A, b \in A, c \in A, d \in A$ และ $e \notin A$ เป็นต้น

วิธีการเขียนเซต

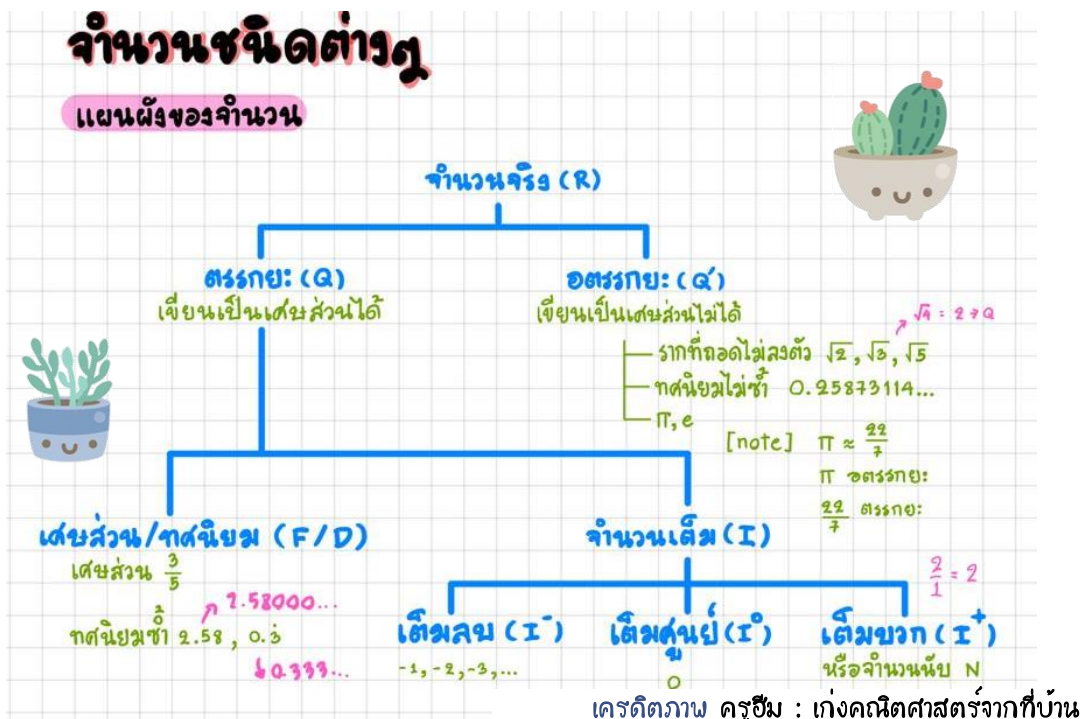
1. การเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก โดยเขียนสมาชิกทุกตัวของเซตไว้ในเครื่องหมาย วงเล็บปีกกาและใช้เครื่องหมายจุลภาค (,) คั่นระหว่างสมาชิกแต่ละตัว

เช่น $A = \{a, b, c, d\}$

2. การเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกในเซต ใช้วิธีบรรยายลักษณะสมาชิกในเซต โดยเขียนตัวแปรแทนสมาชิกของเซตไว้ภายในวงเล็บปีกกา

เช่น A เป็นสมาชิกของจำนวนนับ เขียนแทนด้วย $A = \{x | x \in N\}$

B เป็นสมาชิกของเลขคู่ เขียนแทนด้วย $B = \{x | x \text{ เป็นเลขคู่} \}$



****เซตที่ไม่มีสมาชิก เรียกว่า "เซตว่าง" เขียนแทนด้วย สัญลักษณ์ "{ }" หรือ \emptyset**

1. พิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าถูกหรือผิด

- | | | |
|--|--|---|
| 1) $-5.5 \in \mathbb{Q}$ | 2) $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}'$ | 3) $\sqrt{-3} \in \mathbb{R}$ |
| 4) $\frac{22}{7} \in \mathbb{Q}$ | 5) $\pi \in \mathbb{Q}'$ | 6) $3.14' \in \mathbb{Q}'$ |
| 7) $\sqrt{9} \notin \mathbb{Q}'$ | 8) $\frac{24}{6} \notin \mathbb{I}^+$ | 9) $5.213... \notin \mathbb{Q}'$ |
| 10) $0 \notin \mathbb{I}^+$ | 11) $\frac{243}{7} \notin \mathbb{Q}'$ | 12) $-2\sqrt{6} \notin \mathbb{Q}'$ |

2. กำหนด $A = \{1,3,5,\dots,19\}$ และ $B = \{\phi, 1,2,3, \{\phi\}, \{1,3\}\}$ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าถูกหรือผิด

- | | |
|------------------------|-------------------------------------|
| 1) $4 \in A$ | 7) $\phi \in B$ |
| 2) $5 \in A$ | 8) $\{\phi\} \in B$ |
| 3) $8 \notin A$ | 9) $\{1,2\} \notin B$ |
| 4) $\{2\} \in A$ | 10) $\{1,3\} \in B$ |
| 5) $14 \in A$ | 11) $\{2, \phi\} \in B$ |
| 6) $19 \notin A$ | 12) $\{\phi, 1, 2\} \notin B$ |

3. เขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

1) เซตของเดือนที่ลงท้ายด้วยคำว่าคม

.....

2) เซตของจำนวนคู่ลบ

.....

3) เซตของชื่อวันใน 1 สัปดาห์

.....

4) เซตของจำนวนเต็มบวกที่มีจำนวนที่มีหนึ่งหลัก

.....

5) เซตของจำนวนเต็มที่สอดคล้องกับสมการ $x^2 - 4x + 3 = 0$

.....

6) เซตของจำนวนคู่บวกที่สอดคล้องกับสมการ $5x < 40$

.....

7) $\{x | x \in \mathbb{N} \text{ และ } -2 \leq x \leq 5\}$

.....

8) $\{x | x \in \mathbb{I}^+ \text{ และ } x < 5\}$

.....

9) $\{x | x \in \mathbb{N} \text{ และ } x^2 - 7x = 0\}$

.....

10) $\{x | x \in \mathbb{I}^- \text{ และ } x^2 - 6x - 16 = 0\}$

.....



4.เขียนเซตต่อไปนี้แบบบอกเงื่อนไข

- 1) {a,b,c,d,...,z} Ans.....
- 2) {2,4,6,8,10} Ans.....
- 3) {1,3,5,7,9} Ans.....
- 4) {2,3,5,7,9} Ans.....
- 5) {5,10,5,15,20,...} Ans.....

เซตจำกัด (Finite set) คือ เซตว่างหรือเซตที่มีจำนวนสมาชิกจำกัด

เช่น A เป็นเซตของจำนวนคู่ที่น้อยกว่า 10 จะได้ว่า $A=\{2,4,6,8\}$ ซึ่ง A จะมีจำนวนสมาชิก 4 ตัว เขียนแทนด้วย $n(A) = 4$

เซตอนันต์ (Infinite set) คือ เซตที่ไม่สามารถบอกจำนวนสมาชิกได้

เช่น B เป็นเซตของจำนวนนับที่เป็นพหุคูณของ 5 จะได้ว่า $B=\{5,10,15,20,\dots\}$ ซึ่งไม่สามารถบอกจำนวนสมาชิกได้ ดังนั้น $n(B)$ มีสมาชิกเป็นอนันต์

เซตที่เท่ากัน (Equal Sets)

-เซต A และ เซต B จะเท่ากันก็ต่อเมื่อ สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของ เซต B และ สมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A เขียนแทนด้วย $A=B$

-เซต A ไม่เท่ากับ เซต B ก็ต่อเมื่อ มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต A ที่ไม่ใช่สมาชิกของเซต B หรือมีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต B ที่ไม่ใช่สมาชิกของเซต A เขียนแทนด้วย $A \neq B$

เซตว่าง (Empty Set) คือ เซตที่ไม่มีสมาชิกว่า เซตว่าง เขียนแทนด้วย \emptyset หรือ $\{ \}$

เอกภพสัมพัทธ์ หมายถึง เซตที่กำหนดขึ้นโดยมีข้อตกลงว่า จะไม่กล่าวถึงสิ่งใด นอกเหนือจากสมาชิกของเซตที่กำหนดขึ้น เซตของเอกภพสัมพัทธ์ใช้สัญลักษณ์ U



5.ตรวจสอบว่าเซตต่อไปนี้ เป็นเซตจำกัดหรือเซตอนันต์

- 1) {1,2,3,4,5,6,...}
- 2) {3,4,5,6,7,8,9}
- 3) {x|x เป็นจำนวนเต็ม}
- 4) {x|x ∈ N และ 8 ≤ x ≤ 15}
- 5) เซตของตัวประกอบของ 18
- 6) เซตของจำนวนเต็มที่น้อยกว่า 1
- 7) เซตของจำนวนนับที่เป็นพหุคูณของ 4
- 8) เซตของจำนวนคี่บวกที่น้อยกว่า 10
- 9) เซตของจำนวนนับที่ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ
- 10) $\left\{ x \mid x = \frac{1}{n} \text{ เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนนับ} \right\}$



6.เขียนเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อที่ถูกต้อง และเขียนเครื่องหมาย ✗ หน้าข้อที่ผิด

-1) $a = \{a\}$
-2) $\{3,5,7\} = \{357\}$
-3) $\{-1,0,1\} = \{0,-1,1\}$
-4) $\{1,2,6,9\} = \{1,2,6,2,9\}$
-5) เมื่อ A,B และ C เป็นเซตใดๆ ถ้า $A=B$ และ $B=C$ แล้ว $A=C$
-6) เมื่อ A,B และ C เป็นเซตใดๆ ถ้า $A \neq B$ และ $B \neq C$ แล้ว $A \neq C$
-7) $\{x|x \in I^+ \text{ และ } x^2=1\} = \{x|x \in I^- \text{ และ } x^2=1\}$
-8) $\{x|x \in R \text{ และ } (x-3)(x-5)(x-7)=0\} = \{3,5,7\}$
-9) $\{x|x \in N \text{ และ } 8 < x < 11\} = \{x|x \in I \text{ และ } 8 < x < 11\}$
-10) $\{x|x \in N \text{ และ } -5 \leq x \leq 5\} = \{x|x \in I \text{ และ } -5 \leq x \leq 5\}$

7.พิจารณาว่าเซตต่อไปนี้ เป็นเซตว่างหรือไม่

- 1) $\{\emptyset\}$
- 2) เซตของจำนวนนับที่น้อยกว่า 1
- 3) $\{x|x \in R \text{ และ } x^2-5=0\}$
- 4) $\{x|x \in R \text{ และ } 0 < x < 1\}$
- 5) เซตของจำนวนเต็มที่เป็นจำนวนนับ
- 6) $\{x|x \in I \text{ และ } x < x\}$
- 7) $\{x|x \in N \text{ และ } x+x=x^2\}$
- 8) $\{x|x \in R \text{ และ } \sqrt{x^2}=x\}$
- 9) $\{x|x \in I^+ \text{ และ } x^2-2x-8=0\}$
- 10) $\{x|x \in R \text{ และ } x^3-1=0\}$



สับเซต (Subset)

เซต A เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อ สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของ เซต B เขียนแทนด้วย $A \subset B$ และใช้สัญลักษณ์ $A \not\subset B$ แทนเซต A ไม่เป็นสับเซตของเซต B

การเขียนสับเซตและหาจำนวนสับเซต

หลักในการเขียนสับเซตทั้งหมดของเซตๆ หนึ่งในที่โจทย์กำหนดมาทำโดย เริ่มเขียนตั้งแต่เซตว่าง แล้วตามด้วยเซตที่มีสมาชิก 1 ตัว , 2 ตัว ไปเรื่อยๆ จนมีสมาชิกเท่ากับเซตที่โจทย์กำหนดมา (ตัวมันเอง) โดยสมาชิกที่นำมาใช้เขียนต้องเป็นสมาชิกของเซตที่โจทย์กำหนดมาด้วย

การหาจำนวนสับเซต

ถ้าเซต A มีสมาชิก n ตัว แล้วเซต A มี 2^n สับเซต มีสับเซตแท้ $2^n - 1$ สับเซต และสับเซตไม่แท้ 1 สับเซต (ตัวมันเองไม่ใช่สับเซตแท้)

ข้อสังเกต

1. ถ้ามีสมาชิกใน A อย่างน้อย 1 ตัว ไม่เป็นสมาชิกของ B A จะไม่เป็นสับเซตของ B
2. เซตทุกเซตเป็นสับเซตของตัวเอง นั่นคือ ถ้า A เป็นเซตใดๆ แล้ว $A \subset A$
3. เซตว่างเป็นสับเซตของทุกเซต นั่นคือ ถ้า A เป็นเซตใดๆ แล้ว $\emptyset \subset A$
4. สำหรับเซต A และ B ใดๆ $A=B$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$ และ $B \subset A$
5. เซต A เป็นสับเซตแท้ของเซต B ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$ และ $A \neq B$

8. ให้หาสับเซตทั้งหมดของเซตที่กำหนดในแต่ละข้อต่อไปนี้

ตัวอย่าง $A = \{1, 2\}$

สับเซตทั้งหมดของ A คือ $\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}, \emptyset$

จำนวนสับเซตทั้งหมดของ A คือ 4 ตัว

จำนวนสับเซตแท้ทั้งหมดของ A คือ 3 ตัว



1) $B = \{1, 2, 3\}$

สับเซตทั้งหมดของ B คือ

จำนวนสับเซตทั้งหมดของ B คือ.....

จำนวนสับเซตแท้ทั้งหมดของ B คือ.....

2) $C = \{\{1, 2\}\}$

สับเซตทั้งหมดของ C คือ

จำนวนสับเซตทั้งหมดของ C คือ.....

จำนวนสับเซตแท้ทั้งหมดของ C คือ.....

3) $D = \emptyset$

สับเซตทั้งหมดของ D คือ

จำนวนสับเซตทั้งหมดของ D คือ.....

จำนวนสับเซตแท้ทั้งหมดของ D คือ.....

4) $E = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

สับเซตทั้งหมดของ E คือ

จำนวนสับเซตทั้งหมดของ E คือ.....

จำนวนสับเซตแท้ทั้งหมดของ E คือ.....

5) $F = \{0, \{\emptyset\}, \{0, \emptyset\}\}$

สับเซตทั้งหมดของ F คือ

จำนวนสับเซตทั้งหมดของ F คือ.....

จำนวนสับเซตแท้ทั้งหมดของ F คือ.....

9.กำหนด $A = \{\emptyset, 1, 2, 3, \{\emptyset\}, \{1\}, \{1, 2\}\}$ จงพิจารณาข้อต่อไปนี้ว่าถูกหรือผิด

..... 1) $\{1, 2\} \subset A$

..... 6) $\{2, \{2\}\} \subset A$

..... 2) $\{3, 5\} \subset A$

..... 7) $\{1, \{1\}\} \subset A$

..... 3) $\{\{1, 2\}\} \subset A$

..... 8) $\{1, \{1, 3\}\} \subset A$

..... 4) $\{2, 3, 4\} \subset A$

..... 9) $\emptyset \in A$

..... 5) $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \subset A$

..... 10) $\{\emptyset\} \in A$

10.กำหนด A, B, C เป็นเซตใดๆ จงพิจารณาข้อต่อไปนี้ว่าถูกหรือผิด

..... 1) $\emptyset \subset A$

..... 2) $A \subset A$

..... 3) ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset C$ แล้วจะได้ว่า $A \subset C$

..... 4) ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset A$ แล้วจะได้ว่า $A = B$

..... 5) ถ้า $A \subset B$ และ $a \in A$ แล้วจะได้ว่า $a \in B$

..... 6) ถ้า $A \subset B$ และ $b \in B$ แล้วจะได้ว่า $b \in A$

..... 7) ถ้า $A \not\subset B$ และ $a \in A$ แล้วจะได้ว่า $a \notin B$

..... 8) ถ้า $A \not\subset B$ และ $a \notin A$ แล้วจะได้ว่า $a \notin B$

..... 9) ถ้า $A \subset B, B \subset C$ และ $a \in A$ แล้วจะได้ว่า $a \in C$

..... 10) ถ้า $A \subset B, B \subset C$ และ $c \in C$ แล้วจะได้ว่า $c \in A$

เพาเวอร์เซต(Power Set)

ถ้า A เป็นเซตใดๆ เซตที่มีสมาชิกเป็นสับเซตทั้งหมดของเซต A จะเรียกว่า เพาเวอร์เซตของเซต A เขียนแทนด้วย $P(A)$ นั่นคือ $P(A) = \{x | x \subset A\}$

U ข้อสังเกต

1. ถ้า A เป็นเซตจำกัดที่มีสมาชิก n ตัว แล้ว $P(A)$ จะมีสมาชิก 2^n ตัว
2. ถ้า A เป็นเซตใด ๆ แล้ว $A \in P(A)$
3. ถ้า A เป็นเซตใด ๆ แล้ว $\phi \in P(A)$

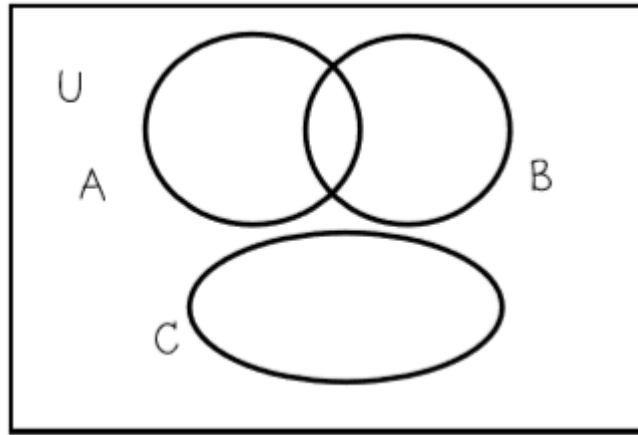
11. จงหาเพาเวอร์เซตของเซตที่กำหนดให้ดังต่อไปนี้

1. $C = \{0,2\}$
 $P(C)$ =
2. $A = \{2\}$
 $P(A)$ =
 $P(P(A))$ =
3. $B = \phi$
 $P(B)$ =
 $P(P(B))$ =

12. กำหนด A, B และ C เป็นเซตใดๆ จงพิจารณาข้อต่อไปนี้ว่าถูกหรือผิด

- | | |
|---|-------------------------------|
| 1. $\phi \in P(A)$ | 2. $\phi \subset P(A)$ |
| 3. $\{\phi\} \subset P(A)$ | 4. $\{\phi\} \in P(A)$ |
| 5. $A \in P(A)$ | 6. $\{A\} \subset P(A)$ |
| 7. $\{A\} \in P(A)$ | |
| 8. ถ้า A เป็นเซตอนันต์ $P(A)$ ก็จะเป็นเซตอนันต์ด้วย | |
| 9. ถ้า $A \subset B$ แล้วจะได้ $P(A) \subset P(B)$ | |
| 10. ถ้า $P(A) \subset P(B)$ แล้วจะได้ $A \subset B$ ด้วย | |
| 11. จำนวนสมาชิกของ $P(A) = n(P(A)) = 2^{n(A)}$ ตัว | |
| 12. ถ้า $A \in P(B)$ แล้วจะได้ $A \subset B$ | |
| 13. ถ้า $\{A\} \subset P(B)$ แล้วจะได้ $A \subset B$ | |
| 14. ถ้า $\{A, B\} \subset P(C)$ แล้วจะได้ $A \subset C$ และ $B \subset C$ | |
| 15. ถ้า $P(A) = \{\phi, \{1\}, \{2\}, A\}$ จะได้ว่า $A = \{1, 2\}$ | |

แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ (Venn-Euler diagrams) เพื่อที่จะเป็นการง่ายต่อการทำความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องเซต ได้มีนักคณิตศาสตร์ 2 ท่าน คือ จอนเวนน์ กับเลโอนาร์ด ออยเลอร์ ได้คิดแผนภาพเพื่อแสดงเรื่องราวที่เกี่ยวกับเซต ซึ่งต่อมา เรียกกันสั้นๆ ว่าแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ โดยเขียนรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแทนเซตเอกภพ สัมผัสและ วงกลม วงรี หรือรูปพื้นที่จำกัดแทนเซต ดังรูป



จากรูป แสดงว่า เซต A, B และ C ต่างก็เป็นสับเซตของ U และเซต A กับเซต B มีสมาชิก ร่วมกันอยู่ บางตัว

กำหนด $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$

$A = \{x \mid x \text{ เป็นตัวอักษรที่เป็นสระในภาษาอังกฤษ}\}$

$B = \{a, b, c, d, e, i\}$

$C = \{b, c, f, g, h\}$

ให้เขียนแผนภาพแทนเซต U เซต A เซต B และเซต C